Bibliographie

Fritz Rehbock, Darstellende Geometrie (Grundlehren der math. Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Bd. 97), XV + 232 Seiten, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1957.

In diesem schön ausgestatteten Buch sind die wichtigsten Konstruktionsmethoden der Mongeschen Darstellung, der Axonometrie und der Zentralprojektion kurz zusammengestellt und an vielen interessanten Beispielen (meistens aus der Technik und Architektur) illustriert; auch einige einfache Aufgaben der kotierten Projektion, der Photogrammetrie (hier „Bildausmessung" genannt) und die Grundbegriffe der Relief-Perspektive sind behandelt. Ferner sind zahlreiche Hinweise für die Geschichte und die Literatur der Darstellenden Geometrie gegeben.

Die Figuren sind gut geplant und mit großer Sorgfalt ausgeführt, so daß viele Konstruktionen allein durch Anschauen der betreffenden Figuren verstanden werden können. So ist dieses Buch gleichzeitig ein sehr gutes Handbuch für Fachleute und ein brauchbares Hilfsmittel für Studenten. Der Text des Buches ist aber übermäßig kurz gefaßt; deshalb können wir es für Anfänger zum Selbststudium kaum empfehlen.

G. Szász (Szeged)

Ulf Grenander and Gábor Szegő, Toeplitz forms and their applications, VII + 245 pages, Berkeley—Los Angeles, University of California Press, 1958.

Es sei $f \in L$ eine reelle, nach 2π periodische Funktion mit der Fourierreihe $f(x) \sim \sum_{-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}$. Die Hermiteschen Formen

$$\sum_{\mu,\nu=0}^{n} c_{\mu-\nu} u_\mu \bar{u}_\nu$$

werden nach O. Toeplitz, der sie zum ersten Male untersuchte, Toeplitzsche Formen genannt. G. Szegő, der Senior der Verfasser, hat in Veröffentlichungen zwischen 1915 und 1921 recht wesentlich zur Kenntnis dieser Formen beigetragen. Später wurden seine Untersuchungen in Richtung eines wichtigen Anwendungsgebietes seiner Resultate, nämlich der Theorie der orthogonalen Polynome, abgelenkt. Er nahm seine ursprünglichen Forschungen erst in den letzten Jahren wieder auf. Der andere Verfasser, U. Grenander, fand jüngst bemerkenswerte Anwendungen dieser Ergebnisse in der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik.

Der erste, einleitende Kapitel bringt neben Definitionen und Bezeichnungen einige grundlegende Sätze, z. B. über eine Darstellung nichtnegativer Funktionen, welche die Fejér—Rieszsche kanonische Darstellung nichtnegativer trigonometrischer Polynome verallgemeinert. Im zweiten und dritten Kapitel werden knapp aber doch gut lesbar die wichtigsten Sätze über orthogonale Polynome auf dem Einheitskreise zusammengestellt. Kap. 4 behandelt die Lösung des trigonometrischen Momentenproblems und Kap. 5 Sätze über die Verteilung der Eigenwerte der Matrizes $\|c_{\mu-\nu}\|$. In § 6 wird eine Verallgemeinerung Toeplitzscher Forme angegeben: Es wird $K_n(f) = \int_T f(x) \left| \sum v_k \varphi_k(x) \right|^2 dx$ bei verschiedener Wahl der $\{\varphi_k\}$ und T untersucht, wobei $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_n$ ein System (komplexwertiger) orthogonaler normierter Funktionen über T bilden. In § 7 wird eine noch weitergehende Verallgemeinerung der Toeplitzschen Formen behandelt, welche sich auf Kernfunktionen über Produktmengen zweier Maß-Räume bezieht. Es bildet eine Einführung zum Studium jüngst erschienenen Originalarbeiten. Damit endet Teil I des Buches. In Teil II werden Anwendungen der Theorie angegeben: § 9 Anwendungen auf analytische Funktionen, § 10 Anwendungen in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, § 11 Anwendungen in der Statistik.

Ein Nachtrag enthält die Hinweise auf die originalen Abhandlungen und noch manche wertvolle Bemerkungen.

G. Freud (Budapest)

Mahlon M. Day, Normed linear spaces (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, neue Folge, Heft 21), 140 Seiten, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1958.

Die Theorie der linearen normierten Räume ist im dritten Dezennium unseres Jahrhunderts aus den bahnbrechenden Arbeiten über lineare Funktionalgleichungen und lineare Operatoren von F. Riesz, E. Helly und H. Hahn entstanden, und wurde zu einer der wichtigsten Disziplinen der Mathematik. Das klassisch gewordene Buch von S. Banach war lange Zeit die einzige zusammenfassende Arbeit aus diesem Thema; die wichtigsten seither erzielten Ergebnisse findet man in den „Espaces vectoriels topologiques" von Bourbaki. Das vorliegende Heft gibt eine übersichtliche und —der Natur der Ergebnissereihe entsprechend— konzentrierte Zusammenfassung, die auch die neuesten (teilweise durch den Verfasser selbst erzielten) Resultate enthält.

Das Heft beginnt (Kap. 1 und 2) mit einer kurzen Zusammenfassung der wichtigsten Hilfsbegriffe und allgemeinen Eigenschaften der topologischen bzw. normierten Vektorräume (die Existenz und Gleichmächtigkeit der Basen, lineare Funktionalen, konjugierte Räume, Topologien in normierten linearen Räumen). Kapitel 3 und 4 beschäftigen sich mit verschiedenen topologischen Eigenschaften der linearen Räume: Vollständigkeit, Kompaktheit, Reflexivität, verschiedene Begriffe der Konvergenz, Existenz der Schauderschen Basen, sowie mit den grundlegenden Eigenschaften der vollstetigen Operatoren. In Kap. 5 findet man Untersuchungen über Extremalpunkte von kompakten konvexen Mengen, den Fixpunktssatz und die Charakterisation der Räume der stetigen Funktionen als ein spezieller Fall der Banachschen Räume. Kap. 6 führt den Begriff der Vektorverbände ein und gibt eine Charakterisation der abgeschlossenen Unterverbände der Räume der in einem kompakten Hausdorffschen Raum stetigen Funktionen. Dieses Kap. gibt auch Bedingungen für die Verallgemeinerungen des Hahn—Banachschen Satzes für den Fall, daß der Bildraum ein teilweise geordneter linearer Raum ist. Kap. 7 enthält eine kurze Diskussion der metrisch-geometrischen Beziehungen in einem normierten Raum. Am Schluß dieses Kapitels findet man verschiedene Charakterisationen der Räume, deren Norm aus einem inneren Produkt hergeleitet werden kann. Das letzte Kapitel enthält einen kurzen historischen Überblick.

Das Heft schließt mit einem sehr reichlichen und gut brauchbaren Literaturverzeichnis.

L. Gehér (Szeged)

A. D. Michal, Le calcul différentiel dans les espaces de Banach. Vol. I: **Fonctions analytiques. Equations intégrales,** XIV + 150 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1958.

Dieser erste Band enthält die Zusammenfassung der schönen Arbeiten, die Verf. 1936—1954 veröffentlicht hat. Die Anregung zur systematischen Ausarbeitung dieser Ergebnisse gab ihm M. Fréchet. Die Erscheinung des Buches ist ein Gewinn für die moderne Funktionalanalysis. Das Ziel des Verf. war, mit Hilfe des Begriffes des Fréchetschen Differentials die klassischen Ergebnisse der Analysis auf lineare Räume und Banach-Räume überzuführen.

Kap. I enthält die grundlegenden Definitionen. Als Einleitung wird die klassische Theorie der Volterraschen Integralgleichungen kurz behandelt. In Kap. II findet man die grundlegenden Eigenschaften der linearen normierten Räume und die Definition sowie die Haupteigenschaften der homogenen Polynome, die auf solchen Räumen definiert sind. Mit Hilfe dieser Definitionen und Eigenschaften werden die analytischen Funktionen in Banach-Räumen definiert. Diese Betrachtungen sind die schönsten und wichtigsten Teile des Buches. In Kap. III wird das Fréchetsche Differential definiert, die grundlegenden Tatsachen des Differentialkalküls in Banach-Räumen bestimmt. Die Beziehungen des Fréchetschen Differentials zum Gâteauschen werden festgelegt. Die bisher geschilderten Ergebnisse werden auf die klassische Volterrasche Integralgleichungstheorie angewandt (Kap. IV) und es werden die wohlbekannten Sätze von einem einheitlichen Standpunkte aus abgeleitet. Interessant sind diejenigen Forschungen, welche der Verfasser bezüglich der Theorie der Fredholmschen Integralgleichungen in Banach-Räumen unternahm (Kap. V). In Kap. VI werden Differentialgleichungssysteme untersucht, deren Koeffizienten stetige Funktionen sind. Dort werden die Lösungsfunktionen als Funktionale der Koeffizientenfunktionen betrachtet. Viel interessantes findet der Leser auch in den Paragraphen, welche sich mit Differentialgleichungen in linearen normierten Räumen beschäftigen. Zum Schluß wird die Exponentialfunktion in Banach-Räumen betrachtet.

Neuere Ergebnisse werden leider nicht betrachtet, z. B. diejenigen von L. V. Kantorovitsch und seinen Mitarbeitern, und die von M. M. Weinberg. Der Text ist leicht verständlich geschrieben, die abstrakten Begriffsbildungen werden mit vielen und interessanten Beispielen erläutert. Diejenigen Sätze, deren Beweis zu lang ist oder besondere Vorkenntnisse erfordert, werden oft nur formuliert. An diesen Stellen wird der Leser an die Originalliteratur hingewiesen. Das Buch ist auch für eine erste Einführung in dieses Gebiet geeignet, aber auch für den Kenner bietet es viele Anregung für weitere Forschungen.

St. Fenyö (Budapest)

H. G. Garnir, Les problèmes aux limites de la Physique Mathématique (Lehrbücher und Monographien aus dem Gebiete der exakten Wissenschaften, Mathematische Reihe, Bd. 23), 234 Seiten, Birkhäuser Verlag. Basel — Stuttgart, 1958.

Es handelt sich in diesem ausgezeichneten Buche um die grundlegenden Grenzwertaufgaben der Mathematischen Physik. Der Verfasser behandelt zuerst einen Sonderfall, und zwar die Probleme von Dirichlet und Neumann bezüglich des metaharmonischen Operators und geht später zu allgemeineren Problemen, namentlich zu den Problemen von Dirichlet und Neumann bezüglich des Differentialoperators $a\partial_t^2+b\partial_t+c-\Delta$ mit $\Delta=\sum_{k=1}^{n}\partial_{x_k}^2$ über (a, b, c sind reelle Konstanten).

Die Aufgaben werden wie möglich allgemein gestellt, ohne überflüssige Voraussetzungen zu benützen. Es wird der Begriff der Distributionen von L. SCHWARTZ stark benützt; natürlich wird es immer untersucht, in welchen Fällen die Distributionenlösungen mit gewöhnlichen Funktionen identisch sind.

Das Buch enthält vier Teile. Der erste ist eine schöne Einführung in die Theorie der Funktionen- und Hilbertschen Räume. Im zweiten werden die Probleme von DIRICHLET und NEUMANN bezüglich des metaharmonischen Operators diskutiert. Der dritte Teil enthält die Behandlung einer Funktionentransformation von Laplacescher Art. Mit Hilfe dieser werden die Probleme der Wellengleichung und der Diffusionsgleichung in Probleme über die metaharmonische Differentialgleichung überführt. Der letzte Teil löst mit Hilfe der vorigen Transformation die grundlegenden Randwertaufgaben der Wellengleichung und der Diffusionsgleichung.

Das Buch enthält viele neue Ergebnisse, auch die Auffassung und Formulierung der Aufgaben scheint uns neu zu sein. Der Standpunkt des Verfassers ist ganz modern; die einheitliche Behandlungsart, die Klarheit des Textes und der logische Aufbau des Stoffes sind hervorzuheben. Doch gehört das Buch nicht zu den sog. „leichten" Lehrbüchern. Besondere Vorkenntnisse werden vom Leser zwar nicht gefordert, doch muß er sich bemühen wenn er das Buch in allen Einzelheiten durcharbeiten will. Fast zu jedem Kapitel fügt der Verfasser eine reiche Auswahl von Übungsaufgaben und Problemen, darunter findet man auch ziemlich schwere (die Lösungshinweise zu diesen sind nützlich und enthalten schöne mathematische Gedanken). Derjenige, der diese gründlich durcharbeitet, kann eine besondere Gewandtheit auch in der Technik der behandelten Theorie gewinnen.

Das vorliegende Buch weist klar auf die Tatsache hin, daß die modernen Methoden der Funktionalanalysis in der Mathematischen Physik äußerst fruchtbar sind.

St. Fenyő (Budapest)

L. S. Pontrjagin, Topologische Gruppen. In zwei Bänden, 263+308 Seiten, Leipzig, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1957—1958.

Der Begriff der topologischen Gruppe entstand im Zusammenhang mit der Untersuchung der Gruppen stetiger Transformationen. Die Grundlage einer allgemeinen Theorie dieser Gruppen hat SOPHUS LIE in der zweiten Hälfte des XIX. Jahrhunderts gelegt. In weiteren Untersuchungen zeigte es sich, daß zur Behandlung der meisten hier auftretenden Probleme keine Notwendigkeit besteht, die Gruppen als Transformationsgruppen zu betrachten. Es genügt die Gruppen von dem Gesichtspunkte aus zu untersuchen, daß in ihnen ein Stetigkeitsbegriff für die Gruppenoperation definiert ist. Damit entstand ein neuer mathematischer Begriff: die topologische Gruppe.

Das ursprünglich 1938 in russischer Sprache erschienene Buch des Verfassers lieferte die erste zusammenfassende und allgemeine Bearbeitung der Theorie der topologischen Gruppen. Es wurde 1939 in die englische Sprache übersetzt; 1954 erschien eine wesentliche erweiterte und umgearbeitete zweite Auflage des russischen Originals. Die vorliegende deutsche Übersetzung folgt diese zweite Auflage.

Die wichtigste Ergänzung der zweiten Auflage ist das 11. Kapitel, in dem die Struktur der kompakten Lieschen Gruppen sehr eingehend untersucht wird. Diese Untersuchung führt zu einer Klassifikation dieser Gruppen, die auf einer Klassifikation der kompakten Lieschen Algebren nach ihren Radikalsystemen beruht. Das 3. Kapitel ist mit einem Abschnitt über die Gruppen stetiger Transformationen ergänzt. Ein neues Kapitel (Kap. 4) beschäftigt sich mit der Struktur der lokalbikompakten nicht diskreten Körper. Dem der Integrationstheorie auf bikompakten topologischen Gruppen gewidmeten Kapitel wurde ein Abschnitt über die Theorie der Integralgleichungen hinzugefügt. Ein neuer Paragraph des 7. Kapitels behandelt die Begriffe der glatten und analytischen Mannigfaltigkeiten und ihre Zusammenhänge mit den Lieschen Gruppen. In Kap. 8 kommt zur Untersuchung der bikompakten Gruppen noch die Untersuchung der bikompakten Transformationsgruppen hinzu. In Kap. 9 ist die Betrachtung der Überlagerungsräume weiter ausgebaut.

Eine wesentliche Änderung in der vorliegenden zweiten Auflage, gegenüber der ersten besteht darin, daß man die Bedingung des zweiten Abzählbarkeitsaxioms in vielen Kapiteln des Buches, insbesondere im zweiten, den topologischen Räumen gewidmeten Kapitel, vermeidet. So spiegelt das Buch besser den modernen Stand der abstrakten Topologie wider.

Interessante Beispiele erleichtern das Verstehen der allgemeinen Theorie.

Die treffliche Übersetzung und die schöne Ausgabe werden diesem wichtigen Werk gewiß einen weiteren großen Erfolg sichern.

I. Kovács (Szeged)

G. Hoheisel, Aufgabensammlung zu den gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen. Dritte, durchgesehene und verbesserte Auflage (Sammlung Göschen, Band 1059), 124 Seiten, Berlin, Walter de Gruyter & Co., 1958.

Der Verf. verbesserte die Stoffanordnung und so wurde das Buch übersichtlicher geworden; die Änderung ist besonders in den Kapiteln 2 und 3 augenfällig. Das Buch hat sich auch mit einigen neuen Aufgaben erweitert. Es ist gut brauchbar als Hilfsmittel für das Studieren der Differentialgleichungen.

L. Gehér (Szeged)

Karl Peter Grotemeyer, Analytische Geometrie (Sammlung, Göschen Bd. 65/65a), 202 Seiten, Berlin, Walter de Gruyter & Co., 1958.

Das Werk behandelt die analytische Geometrie des dreidimensionalen euklidischen Raumes unter weitgehender Verwendung des Matrizenkalküls, der eine kurze und elegante Formulierung der Sätze ermöglicht. Besonders wird damit die Bestimmung der einzelnen Typen der Flächen zweiter Ordnung erleichtert. Anschließend der analytischen Geometrie des euklidischen Raumes wird eine kurze Zusammenfassung der affinen und projektiven Geometrien angegeben. Die Klassifizierung der verschiedenen Geometrien wird durch die in der neueren Untersuchungen eine so wichtige Rolle spielende Theorie der kontinuierlichen Gruppen durchgeführt. Besonders interessant sind die im letzten Kapitel behandelten verschiedenen projektiven Erzeugungen der Quadriken nach Staudt, Steiner, Magnus und Seydewitz, die alle auf gewisse charakteristische Eigenschaften der Quadriken begründet sind.

A. Moór (Szeged)

Loo-Keng Hua, Die Abschätzung von Exponentialsummen und ihre Anwendung in der Zahlentheorie (Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften, Bd. I_2, Heft 13, Teil 1), 123 Seiten, Leipzig, Teubner, 1959.

The last comprehensive treatment of the analytical number theory was given by the encyclopedia article of H. Bohr and H. Cramér. This gave a complete picture of the subjetc up to May 1922. Since that time all results of this theory have been largely superseded so that the need of a new summary of the theory was more and more felt. The development made it necessary to split up the land of the analytical number theory into counties; the one dealt with in this article is centered around the estimations of exponential sums. The borders between the counties are not always clear and incidents at the borders of the land will be quite possible (with the probability theory e. g.). However the material treated in this work is presented masterfully; no wonder since the author is one of the top-workers on this field. He starts with a survey of the elementary methods, with highlights on an exposition of LINNIK's elementary solution of the Waring problem, on SELBERG's improvement of BRUN's sieve method (also the question of lower bound!) and beside the elementary proof of the prime number theorem by ERDŐS and SELBERG, on an ingenious proof due to VINOGRADOFF to an estimation of the remainder-term in the „circle problem". Next he turns to an exposition of the exponential-sum estimating methods due to H. WEYL, VAN DER CORPUT, KUZMIN and VINOGRADOFF; the last one, which is the most successful, is treated in a fashion due to the author. After a discussion of sums of type $\sum_{\nu=1}^{p} \exp\left[\frac{2\pi i}{p} f(\nu)\right]$ ($f(x)$: a polynomial with integer coefficients) he gives the main ideas of VINOGRADOFF's „trigonometrical sieve".

Sofar was everything arithmetical essentially. Then he continues with an analytical treatment of the distribution of primes from RIEMANN on but inserting the improvements obtained in the mean-time, particularly essential being the results concerning the difference of consecutive prime numbers. Ample space is given then to the HARDY—LITTLEWOOD—RAMANUJAN analytical „circle method" in VINOGRADOFF's „finite" variant, applied to the problems of WARING and GOLDBACH with VINOGRADOFF's arithmetical ideas and unified by HUA. As other field of applications of estimations of trigonometrical sums the theory uniform distribution mod 1 is treated next and a detailed discussion of lattice-point problems close the article.

The main feature of the article is that in a few pages it gives also the main ideas of many complicated proofs. It is certainly a gap-filling work.

The reviewer has observed only one little slip, on p. 107. Instead of

$$\limsup\,(x \log x)^{-1/4}\,[A(x)-\pi x] > 0 \qquad (x\to\infty)$$

only

$$\limsup\, x^{-1/4}\,[A(x)-\pi x] = +\infty$$

is proved at present (whereas the inequality

$$\liminf\,(x \log x)^{-1/4}\,[A(x)-\pi x] < 0$$

is correct) and similar remark applies to $D(x)$.

Paul Turán (Budapest)

Claude Berge, Espaces topologiques. Fonctions multivoques (Collection Universitaire de Mathématiques III), XI + 272 pages, Paris, Dunod, 1959.

Cet ouvrage sert à introduire un étudiant, familier avec les éléments de l'Analyse et d'une certaine maturité en mathématiques, aux théories modernes de la topologie générale et des espaces vectoriels topologiques. Un trait caractéristique de l'exposé est d'étudier systématiquement les applications multivoques (faisant correspondre à chaque élément x d'un ensemble X un sous-ensemble Γx, vide ou non, d'un autre ensemble Y) et d'illustrer les résultats de la théorie par des exemples tirés des domaines très variés, entre autres surtout de la théorie des jeux.

Trois chapitres de caractère introductoire présentent les connaissances nécessaires sur le domaine de la théorie des ensembles. On y trouve, auprès des notions bien connues, les notions de base de filtre et de treillis, de même que l'étude des applications multivoques et de leurs inverses, et les éléments de la théorie des ensembles ordonnés, y compris les différentes formes de l'axiome du choix (lemme de ZORN etc.).

On trouve dans le quatrième chapitre les notions d'espace métrique, espace L^* et espace topologique. Comme généralisation des suites dénombrables, l'auteur se sert des familles filtrées, c'est-à-dire des familles $\{x_i : i \in I\}$, une base de filtre étant donnée dans l'ensemble d'indices I; par là, il parvient à une synthèse des suites de MOORE—SMITH et des filtres. Il étudie ensuite les espaces séparés ($=$ espaces de HAUSDORFF), réguliers, normaux, compacts ($=$ bicompacts et séparés) et connexes, de même que les produits et les sommes d'espaces topologiques.

Le chapitre suivant est consacré à l'étude des espaces métriques, tandis que le Chapitre VI expose la théorie des applications multivoques semi-continues supérieurement ou inférieurement. L'auteur réussit à généraliser de façon naturelle cette théorie due à BOULIGAND et KURATOWSKI; il traite aussi des limites topologiques de familles filtrées d'ensembles, de la distance de HAUSDORFF d'ensembles fermés dans les espaces métriques, et des décompositions demi-continues supérieurement.

Les trois derniers chapitres (comprenant à peu près la moitié du volume) constituent une introduction à la théorie des espaces vectoriels topologiques. Le premier est consacré à la partie purement algébrique de cette théorie (espaces vectoriels, applications linéaires, variétés linéaires, cônes, ensembles convexes, jauges, théorème de HAHN—BANACH). Le second étudie les ensembles convexes et les fonctions convexes dans l'espace euclidien $\mathbf{R}^n$. On y trouve les théorèmes sur la séparation des ensembles convexes par des hyperplans, le théorème sur les hyperplans d'appui des ensembles convexes compacts, le théorème de KREIN—MILMAN et le théorème de KAKUTANI (spécialisés toujours à $\mathbf{R}^n$); la démonstration de celui-ci est fondée sur le lemme de SPERNER par l'intermédiaire du lemme de KURATOWSKI—KNASTER—MAZURKIEWICZ. On étudie ensuite les fonctions convexes dans les ensembles convexes $C \subset \mathbf{R}^n$; au delà des propriétés bien connues, on trouve le théorème de BOHNENBLUST—KARLIN—SHAPLEY, celui de HELLY et le théorème minimax de VON NEUMANN, appliqué en théorie des jeux. Comme généralisations, l'auteur fait connaître les fonctions quasi-convexes, les fonctions sub-Φ de BECKENBACH et les fonctions S-convexes de SCHUR, la théorie de celles-ci étant basée sur les matrices bistochastiques et les théorèmes dûs à HARDY—LITTLEWOOD—PÓLYA et à BIRKHOFF— VON NEUMANN.

Le dernier chapitre renferme l'étude des espaces vectoriels topologiques, en particulier des espaces localement convexes, normés et de Banach; on y trouve les formes générales des théorèmes de séparation etc., présentés au chapitre précédent pour l'espace $\mathbf{R}^n$, et la notion de convergence faible, avec le théorème de BANACH—STEINHAUS, de même que celui sur la compacité faible de la boule unité.

L'exposé est concis et clair, présentant un grand nombre de définitions et de résultats en relativement peu de place. Malheureusement, la lecture est rendue désagréable par une quantité considérable de fautes d'impression, de changements de notation, d'assertions inexactes et de démonstrations incomplètes. Pour en citer quelques-unes: dans l'espace $\mathbf{R}^3$, les variétés linéaires forment un treillis modulaire (p. 18) (ce n'est valable que pour l'espace *projectif*); un sous-espace d'un espace normal est normal (p. 70); l'intersection de deux applications semi-continues inférieurement est semi-continue inférieurement (p. 120) (contre-exemple: $X = Y = \mathbf{R}$, $\Gamma_1 x = \{x\}$, $\Gamma_2 x = \{-x\}$); σ étant une application univoque d'un espace compact X dans un espace Y, si l'image d'un ensemble fermé est toujours fermé, les ensembles $\sigma^{-1}y$ forment une décomposition demi-continue supérieurement de X (p. 137) (contre-exemple: $X=[0,1]$, $Y=\{0,1\}$, $\sigma x=0$ pour $0\leqq x<\frac{1}{2}$, $\sigma x=1$ pour $\frac{1}{2}\leqq x\leqq 1$); G étant un ensemble ouvert dans $\mathbf{R}^2$, si l'on a pour $(x,y)\in G$ $f(x+h,y+k)-$ $-f(x,y)=a(x,y)h+b(x,y)k+c(x,y)h^2+d(x,y)hk+e(x,y)k^2+\varepsilon(x,y,h,k)(h^2+k^2)$, et si $\varepsilon(x,y,h,k)$ tend vers 0, pour $h,k\to 0$ (x et y restant fixés), les dérivées partielles f_{xx}, f_{xy} et f_{yy} existent partout dans G (p. 205) (contre-exemple: $G=R^2$, $f(x,y)=g(x+y)$, $g(u)=\int_0^u t\sin\frac{1}{t}\,dt$ pour $x=y=0$); $\varphi(t)=t^{1/\lambda}$ est concave pour $0<\lambda\leqq 1$, $t>0$ (p. 223); la démonstration du théorème de KAKUTANI (p. 181) n'est valable que si Γ est une application continue, ce qui est particulièrement regrettable, puisque plus tard (p. 260) on aurait besoin de ce théorème pour Γ semi-continue supérieurement (et non continue). Cependant, un lecteur attentif pourra corriger la plupart des erreurs et trouvera dans ce manuel une bonne introduction aux théories modernes traitées par l'auteur.

Ákos Császár (Budapest)

Szász Gábor, Bevezetés a hálóelméletbe [G. Szász, Einführung in die Verbandstheorie], 225 Seiten, Budapest, Akadémiai Kiadó, 1959 (Ungarisch).

Das Ziel des vorliegenden Buches ist die grundlegenden Begriffe und die häufigsten Methoden der Verbandstheorie darzubieten und ihre Verbindungen mit verschiedenen anderen Gebieten der Mathematik zu zeigen. Deswegen können außer den Anfängern auch diejenigen dieses Buch gut gebrauchen, die die Grundlagen der Theorie hauptsächlich wegen ihrer Anwendungen studieren wollen. Die bearbeiteten Themen wurden geschickt ausgewählt und der behandelte Stoff ist vielseitiger als in den bisher erschienenen einleitenden Büchern der Fachliteratur. Die ausführliche und klare Darstellung macht das Buch leicht lesbar auch für die Anfänger und bietet eine gute Übersicht über einige der grundlegenden und wichtigsten Problemenkreise der Verbandstheorie. Mehrere Ergebnisse und tiefere Untersuchungen können in diesem Rahmen nur berührt werden, in diesen Fällen weist aber der Verf. immer auf die einschlägige Literatur hin. Die von verschiedenen Gebieten der Mathematik (Mengentheorie, mathematische Logik, Algebra, Geometrie, Topologie und Wahrscheinlichkeitsrechnung) genommenen zahlreichen Beispiele und die am Ende jedes Kapitels stehenden Übungsaufgaben bieten reichlich Gelegenheit zur Vertiefung des Verständnisses des behandelten Materials. Die Titel der Kapitel sind: I. Halbgeordnete Mengen; II. Über die Verbände im allgemeinen; III. Vollständige Verbände; IV. Distributive und modulare Verbände; V. Spezielle Unterklassen der modularen Verbände; VI. Boolesche Algebren; VII. Halbmodulare Verbände; VIII. Ideale von Verbänden; IX. Kongruenzrelationen.

Erwähnt seien auch die schönen, treffenden Abbildungen, das reichliche Literaturverzeichnis und endlich die musterhafte typographische Ausstattung, die den Wert des Buches noch erhöhen.

J. Szendrei (Szeged)

Günter Pickert, Analytische Geometrie (Mathematik und ihre Anwendungen in Physik und Technik, Reihe A, Bd. 24), XII+410 Seiten. Dritte, bearbeitete Auflage, Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G., 1958.

Ziel dieses Buches ist einen axiomatischen Aufbau der analytischen Geometrie im n-dimensionalen Raum (im allgemeinen über einem Schiefkörper) zu entwickeln. Bezüglich des Inhalts verweisen wir auf die Besprechung der ersten Auflage im Band **16** (1955) dieser *Acta*, S. 276. Die vorliegende Auflage unterscheidet sich von der vorigen nur wenig. Wesentliche Änderungen sind nur in einigen Paragraphen durchgeführt und der Anhang II wurde ganz neu geschrieben. In diesem Anhang wird gezeigt, wie die Voraussetzung, daß die Vektoren mit Skalaren aus einem Schiefkörper multipliziert werden können, durch die Einführung von geeigneten geometrischen Grundbegriffen und Axiomen ersetzt werden kann.

J. Szendrei (Szeged)

Siegfried Valentiner, Vektoren und Matrizen (Sammlung Göschen, Band 354/354a), 252 Seiten, Berlin, Walter de Gruyter & Co., 1958. Achte, erweiterte Auflage der „Vektoranalysis". Mit einem Anhang von Hermann König.

Für die Beliebtheit des früher mit dem Titel „Vektoranalysis" erschienenen Büchleins spricht, daß diese achte, erweiterte Auflage nötig war. Die ersten zwei Teile wurden nur unbedeutend verändert. Der dritte Teil wurde aber stark erweitert und die Matrizen und ihre Anwendungen sind jetzt in den Mittelpunkt der Behandlung gestellt. Hier handelt es sich um lineare Vektorfunktionen, Matrizen, Matrizen als Summen von Dyaden, und um den Gaußschen Algorithmus für die Auflösung linearer inhomogener Gleichungen. Der Leser kann auch von der neu hinzugefügten, durch H. König zusammengestellten Aufgabensammlung guten Gebrauch machen.

J. Szendrei (Szeged)

L. Baumgartner, Gruppentheorie. Dritte, vollständig neubearbeitete Auflage (Sammlung Göschen, Band 837), 110 Seiten, Walter de Gruyter & Co., 1958.

Diese dritte Auflage weicht wesentlich von der zweiten ab. Inhaltlich ist das Buch moderner, abstrakter, einheitlicher und mehr gegliedert geworden. Einige Abschnitte wurden ganz weggelassen, z. B. die alten Abschnitte II (Der Gruppenbegriff in der Geometrie) und IV (Anwendung der endlichen Gruppen in der Theorie der algebraischen Gleichungen) dafür wurden mehrere neue Abschnitte aufgenommen. Die neuen Abschnitte VI (Die Homomorphie), VII (Die Automorphie), VIII (Die Endomorphie; charakteristische und vollinvariante Untergruppen), IX (Freie Gruppen und Gruppen mit Beziehungen zwischen den Elementen), IX (Genaueres über die Gruppenpostulate) sind auch inhaltlich ganz neu. Die übrigen neuen Abschnitte I (Einführung in den Gruppenbegriff), II (Gruppentheoretische Grundbegriffe und -methoden), III (Über endliche Gruppen), IV (Vertauschbarkeit von Elementen und Untergruppen), V (Die Faktorgruppe), X (Reihen von Gruppen) enthalten hauptsächlich Material aus den früheren Auflagen.

In jedem Abschnitt findet man mehrere Aufgaben, insgesamt gibt es 94, also ungefähr doppelt so viel, wie in der letzten Ausgabe. Das Buch ist auch mit einigen Tafeln (für einige wichtigere Gruppen) ergänzt.

J. Szép (Szeged)